
Zigzag time
5
4·5·6
g time
1·2·3

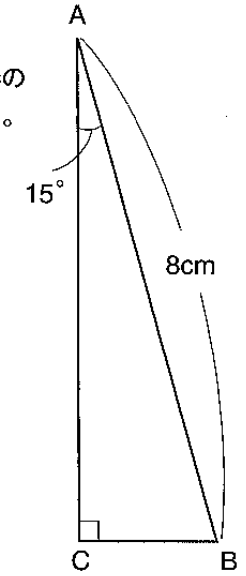
高学年からの「算数脳」ひらめきトレーニング

算数・数学の問題を解くときに必要とされる「ひらめき」。
苦手意識のある人は「どうも数学のセンスがないみたいで」などとあきらめてしまいがち。
でも、たとえ高校・大学入試で出題されるような難問も、
発想のしかたを体系立てて覚えておけば必ず解けるというのが、タカハマ式の算数指導法。
「算数・数学は苦手」という方こそ、必見です！

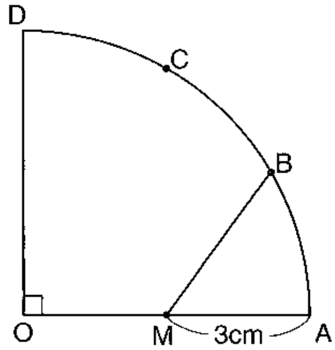
出題・文＝高濱 正伸先生

Q〔三角定規の形を見つけよう〕

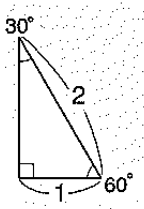
問1.
右図の直角三角形の面積を求めなさい。



問2.
右の図で、B、Cは弧を三等分する点、MはAOの中点です。
図のMAB（色のついた部分）の面積を求めなさい。
ただし、円周率は3.14とします。

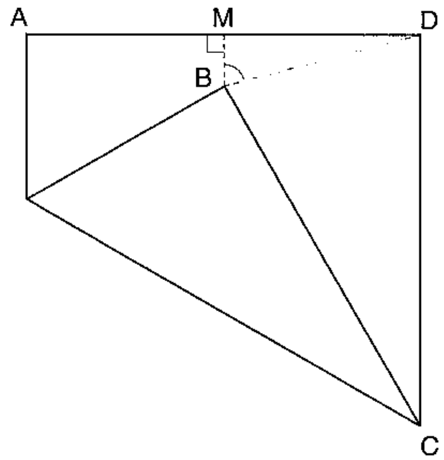


●今回のヒント
三角定規の辺の比



30° 60° 90° の三角定規の形では、いちばん短い辺と長い辺の長さの比が1：2となります。

問3.
正方形の紙（四角形ABCD）があります。この紙を、頂点Bが辺ADの中点Mからの垂線と重なるように折りました（右図）。
∠MBDの角度を求めなさい。



平面図形のコツ②

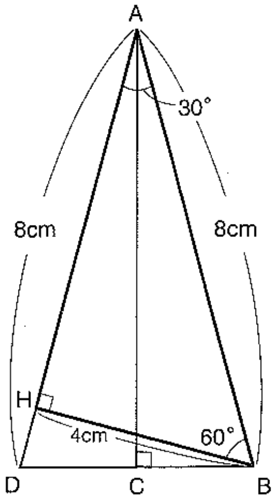
今月は、前回述べた、「『正三角形』『三角定規』『相似合同』を見つけるという視点をいつも頭に置いて補助線を探そう」という話をふまえて、より「算数の問題らしい問題」に挑戦していただきます。

目的は、もともとこうした問題が得意な人には、自分が思い浮かぶ補助線を類型化して、より整理された知識として役立ててもらうこと。そして、それ以上に、「自分は算数 数学が苦手だ」「図形なんて大嫌いだ」と思っている人に、意識改革をしていただくことです。

前回のパズルのようなテイストの問題は、楽しく解けた。補助線を発想するときに必要な、「選択的に見る」ことも「ないところに線や図形を想像する」こともできた。それなのに、今回のような問題になったとたんに「とっつきにくいなあ」と感じる人はいないでしょうか。それこそが、教育の失敗によってもたらされた「思いこみ」なのです。「どこに三角定規を作ろうか」と考えながら、解いてみてください。

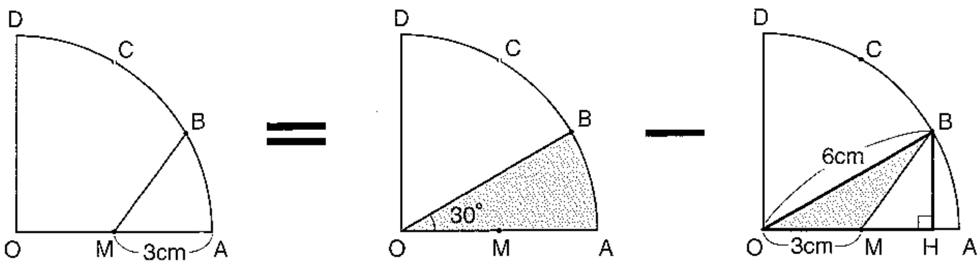
〔問1. 解答・解説〕

まず15°という角度に着目します。2倍して30°になれば、三角定規の一つの角だと見当がつけられますから、ACを軸に線対称な図形△ADCをかき、△ADBの面積を求めることを考えます。
AB、ADの長さはそれぞれ8cmとわかっているので、どちらかを底辺とする三角形の高さがわかれば、面積が求められます。
そこでBから辺ADに垂線BHを引きます。
すると△AHBは、3つの角の角度が30°、60°、90°の三角定規の形となります。これは正三角形の半分なので、BH＝$\frac{1}{2}$AB
よって、BHの長さは　8÷2＝4（cm）
△ADBの面積は、AD（底辺）×BH（高さ）÷2　となるので、
8×4÷2＝16（cm^2）
△ABCの面積はその半分ですから、
16÷2＝8（cm^2）となります。　答え　8cm^2



〔問2. 解答・解説〕

MABの面積は、下図のように、扇形OAB－△OMBとなるので、これらを求めることを考えます。



OBに直線を引いてできる扇形OABの面積は、∠BOAが30°であることから、
6×6×3.14×$\frac{30}{360}$＝9.42（cm^2）
また、∠BOAが30°であることに着目し、BからOAに垂線BHをおろすと、
△OHBは、3つの角の角度が30°、60°、90°の三角定規の形となり、BH＝$\frac{1}{2}$OB＝3（cm）
よって、△OMBの面積は、3×3÷2＝4.5（cm^2）
このことから、MABの面積は、9.42－4.5＝4.92（cm^2）となります。　答え　4.92cm^2

A

三問とも、「30° 60° 90°の三角定規の形」を利用して解く問題でした。「どこに三角定規があてはまりそうか」と考えることは、図形問題を解く際の発想法の一つです。

「苦手だから……」という“意識の壁”は突破できる

小学校高学年ともなると、なかなか突破できない「壁」が出てきます。たとえば、空間そのものをイメージする力に代表される、ある種の能力。わたしはこれらを「算数脳」として分析しました。もちろん、脳は、たとえ損傷があっても、リハビリによってある程度回復することがありますので、何歳になっても能力は伸びるのでしょうが、やはり幼少期の伸びとは、比べようもありません。

しかし、もっと大きな壁は「意識の壁」です。なかでも「○○は嫌い」とか「○○は苦手」という意識は、そうとうな束縛となって、伸びを阻害します。今回の問題を見て「とっつきにくい」と感じた人は、楽しく解くことより、正しく解くことを強制され、まちがうたびにそれを指摘されるといった経験により培われた、自分で決めつけた意識の縛りによって、そう思いこんでいるだけです。

図形が得意な人たちは、本当に「パズルでも算数の問題でも楽しさは同じだ」と知っている人です。だって、使う能力は全く同じなのですから。

【出題・文】 高濱 正伸
（たかはま・まさのぶ）

花まる学習会代表。1959年、熊本県生まれ。東京大学・同大学院修士課程卒業。学生時代から予備校等で受験生を指導するなかで、学力の伸び悩み、人間関係での挫折とひきこもり傾向などの諸問題が、幼児期、児童期の環境と体験に基づいていると確信。1993年2月、小学校低学年向けの「作文」「読書」「思考力」「野外体験」を重視した学習教室「花まる学習会」を、同期の大学院生らと設立。算数オリンピック問題作成委員・決勝大会総合解説員、スカイパーフェクTVの中学生の数学講座講師を務めた。おもな著書に、『小3までに育てたい算数脳』（健康ジャーナル社）、『学力がケタ違いにのびる算数脳の育て方』（幻冬舎）、『考える力がつく算数脳パズル　なぞぺー』シリーズ（草思社）など。

〔問3．解答・解説〕

∠MBDは、∠MDBがわかれば、△MBDの内角の和を利用して求めることができます。∠MDBは、∠BDCがわかれば求められるので、これを考えます。

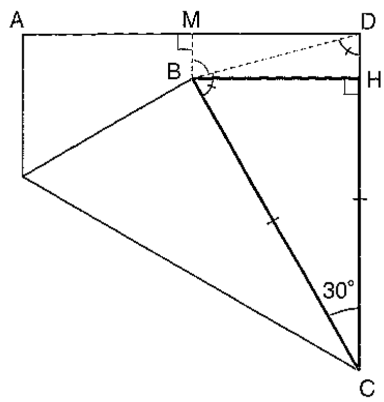
そこで、△BCDに着目します。これは正方形を折ったことでできる三角形なので、BC＝DCの二等辺三角形となっています。二等辺三角形の底角は等しいことから、∠BCDがわかれば、∠BDCも計算できる……と見当をつけていくのです。

ここで、問1・問2と同じように、三角定規をあてはめられないか考え、BからCDに垂線をおろしてみます。すると、BH＝$\frac{1}{2}$AD、AD＝BCであることから、△CBHは、30°、60°、90°の三角定規の形であることがわかります。つまり、∠BCD＝30°なので、あとは、ここまでの考え方を逆にたどって計算することで、∠MBDが求められます。

∠CDB＝（180°−30°）÷2＝75°

∠MBD＝180°−90°−（90°−75°）＝75°　　　　答え　75°

※四角形MBHDは長方形なので、△MBDと△HDBは合同となることから、
∠MBD＝∠HDB＝75°などといった求め方もできます。



さて、今回の問題。一問目は合同な形を書いて垂線をおろす、二問目は点と点を結び、さらに垂線をおろす、三問目も一点から垂線を引くというように、さまざまな補助線を書くことが求められていました。しかし、三問とも、必要な補助線は「30° 60° 90°の三角定規の形」を利用するためのものという意味で共通しています。

解けた人のなかには、前ページのヒントを読み、「ええっと、三角定規、三角定規……」と探して、補助線を発見できた人がいたでしょう。それでいいのです。実は4月号の問題で「どのカードがどこに適合するか」と探したのと同じ作業をしていたのであって、解ける力が十分にあることを体感できたはずです。

4月号でカードが6枚しかなかったように、発想の種類も、すべてではないにしろ、ある特定のタイプが大半であると知ると、とても楽になるのです。これからは、正三角形・三角定規・相似・合同のカードを携えて、楽しむ気持ちで図形の問題を解いてみましょう。