

\*\*\*\*\*

# zigzag time

9 =

123

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*



# 7 time

50

算数・数学の問題を解くときに必要とされる「ひらめき」。  
苦手意識のある人は「どうも数学のセンスがないみたいで」などとあきらめてしまいがち。  
でも、たとえ高校・大学入試で出題されるような難問も、  
発想のしかたを体系立てて覚えておけば必ず解けるとというのが、タカハマ式の算数指導法。  
「算数・数学は苦手」という方こそ、必見です！

出題・文＝高濱 正伸先生



〔一の位〕

- ◎問1 ある数字に9をかけたら、「1111111101」になりました。  
ある数字の一の位は何だったのでしょうか。
- ◎問2  $3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3 \times 3$ と、3を111回かけました。  
答えになる数の一の位の数字は何でしょうか。
- ◎問3 ある3桁の偶数Aがあります。今、A, A+1, A+2, A+3, A+4, A+5, A+6, A+7, A+8, A+9の10個の連続する整数を、それぞれ111回ずつかけました。(\*)  
その計算結果を見ると、A, A+1, A+2, A+5, A+6, A+7の6個だけが、それぞれを111回かけた答えの一の位の数字と、もとの数の一の位の数字が一致していました。  
この条件があてはまるようなAのうち、最小の数字は何でしょうか。

\*たとえば  $(A+1) \times (A+1) \times (A+1) \times \dots \times (A+1)$  というように、  
A+1はA+1とだけ111回かけ算したということです。

## 整数問題③

「余りの数」「素因数分解」と進めてきた、整数問題を研究する第三回。今回のテーマは「一の位」です。塾や学校で数学を教えているような方ならば「はあ」とすぐに思いあたるのでしようが、一般には、言葉自体にはなじみがあっても、「一の位がどうしたっていうんだらう」と、マークが頭に浮かぶかもしれませんね。

整数問題とは、一見難しそうでも、糸口をつかむとチンブイブイと呪文でもかけたかのようには解けてしまう、魔術のようなおもしろさを見せてくれるもの（一般に数学好きといわれる人たちには、数学のあらゆる分野のなかで整数問題がいちばん好きだという人は多いのです）。

今回のテーマを簡単に説明すると、解くための呪文代わり（またはカギ）として、整数の一の位に注目するということです。なぜ一の位に注目するのかを説明する素朴な例として、計算の相手側が限定されるということがあげられます。たとえば、

$$A \times 4 \blacksquare 7 = \blacksquare \blacksquare 1$$

という虫食い算があったとする（ $\blacksquare$ は整数）、少なくともA

の一の位は3と「決定」します。同様に、

$$B \times \blacksquare \blacksquare 6 = \blacksquare \blacksquare \blacksquare 2$$

という問題だとすると、Bの一の位は「2または7」と限定されます。このように、かけ算の結果の一の位に敏感であることで、あっさりと絞り込みできるのです。

虫食い算は、論理的な力を測るために有効な問題ですが、その論理の根拠となるのは、「桁数」と並んで、「一の位」が何であるかということが多いのです。

今回の問題は、同じ数を何回もかけたときの答えの一の位に注目して、ルールを見いだしてもらおうというものです。文字どおりの計算をしようとすると到底不可能に見えるものが、ただ「一の位が示す規則性」を発見するだけで、いとも容易に解けてしまう。これはかなりの快感です。

問1から問3と小問を順番に解くことで、全体像が見えるように工夫をしてみました。ぜひ、ご自分の力で「一の位の規則性」を発見し、突破してみてください。



〔出題・文〕 高濱 正伸(たかはま まさのぶ)

花まる学習会代表。1959年、熊本県生まれ。東京大学 同大学院修士課程卒業。学生時代から予備校等で受験生を指導するなかで、学力の伸び悩み・人間関係での挫折とひきこもり傾向などの諸問題が、幼児期・児童期の環境と体験に基づいていると確信。1993年2月、小学校低学年向けの「作文」「読書」「思考力」「野外体験」を重視した学習教室「花まる学習会」を、同期の大学院生らと設立。算数オリンピック問題作成委員・決勝大会総合解説員。スカイパーフェクTVの中学生の数学講座講師を務めた。おもな著書に、「小3までに育てたい算数脳」(健康ジャーナル社)、『学力がケタ違いにのびる算数脳の育て方』(冬冬舎)、『考える力がつく算数脳パズル なぞべー』シリーズ(草思社)など。

\*昨年度のこの連載が単行本になりました。全国の書店、もしくはZ会ホームページからお買い求めいただけます。  
http://www.zkai.co.jp/books/



「後のび」する子の育て方  
小4からの算数脳トレーニング

〔問3 解答・解説〕

もとの数は「10個の連続する整数」ですから、一の位は0から9までのいずれかの数字になっています。そこで、問2の場合と同様に、これらの整数を何度もかけたとき、一の位がどうなるかを調べてみます。

\*以下は4回かけたところまでの1の位

- 0 (0, 0, 0, 0)
- 1 (1, 1, 1, 1)
- 2 (2, 4, 8, 6)
- 3 (3, 9, 7, 1)
- 4 (4, 6, 4, 6)
- 5 (5, 5, 5, 5)
- 6 (6, 6, 6, 6)
- 7 (7, 9, 3, 1)
- 8 (8, 4, 2, 6)
- 9 (9, 1, 9, 1)

0, 1, 5, 6のように、何回かけても1の位が同じになる数もありますが、それ以外の数字も、最大4個の周期で繰り返していることがわかります。

$$111 \div 4 = 27 \dots 3$$

ですから、問2同様、各ユニットの3番めが、111回かけた数の一の位ということになります。その数字が「もとの数の一の位の数」と一致しているのは、上記でわかるとおり、0, 1, 4, 5, 6, 9の場合のみです。

そこで、A, A+1, A+2, A+5, A+6, A+7という問題文の条件にあてはまるようにこれら6個の数字を並べると、一の位の並びは

- (9, 0, 1, 4, 5, 6) … ①
- (4, 5, 6, 9, 0, 1) … ②

のどちらかということになります。

このうち「Aは偶数」という条件に該当するのは②であることから、答えはAの一の位が4のときとなり、最も小さい3桁の数が答えなので、Aは104と決定します。ちなみに残りの9つの数は、105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113となります。

答え 104

置き換えられますから、  
2008 + 5 = 401 … 3  
つまり、5個ひとユニットの合計である20を401回繰り返して、402回目のユニットの3番めまでを加えますから、  
 $20 \times 401 + 2 + 4 + 6 = 8032$   
が答えとなります。

このように、累乗や九九の一の位の表を書いて、色ペンなどでユニットを囲む作業を何度かやっておくことは、整数問題を解くための、重要な武器を手に入れたことになるのです。

ているというのは有名ですし、5の段は5・0を繰り返していることもわかるでしょう。ほかにも、5以外の奇数の段は、1から9まですべての数が一回ずつ出ているぞとか、偶数の段は、たとえば2の段なら(2, 4, 6, 8, 0)というように、どれも5個ひとユニットで反復していくんだなという事なども気づくかもしれません。よく見知ったつもり九九にも、実はこのような規則が隠れているのです。

これに気づけば、あとは簡単。題意は、(2, 4, 6, 8, 0)の繰り返しで2008個の数字を足すと答えは何か」という問題に置き換えられますから、