

高学年
からの

算数脳

ひらめきトレーニング

算数・数学の問題を解くときに必要とされる「ひらめき」。

苦手意識のある人は「どうも数学のセンスがないみたいで」などとあきらめてしまいがち。でも、たとえ高校・大学入試で出題されるような難問も、発想のしかたを体系立てて覚えておけば必ず解けるというのが、タカハマ式の算数指導法。「算数・数学は苦手」という方こそ、必見です！

出題・文＝高濱 正伸先生



〔ライブの曲順〕

コブタ君とクロイヌ君の2人は、今度、ミニライブを開催することになりました。

時間の都合上、全体で歌う曲は8曲と決まっています、その内訳は

コブタ君のソロ曲が2曲、クロイヌ君のソロ曲が2曲または3曲、デュエット曲が3曲または4曲、という構成にしようと考えています。また、曲順については、話しあいでも以下のように決めました。

「お客さんが飽きないように、同じ人がソロで続けて歌うことはしない」

「クロイヌ君は少しのどを痛めているので、デュエット曲を含めても続けて歌うのは2曲まで」

「デュエット曲の順番は、CDの発売順と決まっています、順番を変えることはしない」

たとえば、コブタ君がAとBを歌い、クロイヌ君がCとDを歌い、

デュエット曲がE、F、G、H（順番はこのとおり）だった場合、歌う曲順は

$E \Rightarrow F \Rightarrow A \Rightarrow G \Rightarrow C \Rightarrow B \Rightarrow H \Rightarrow D$

などが考えられます。さて、これらの条件をすべて満たす曲順は何通りあるのでしょうか？

*ただし、デュエット曲4曲から3曲しか歌わない場合、どの3曲を歌うかは、

すでに決まっています考慮する必要はないものとします（クロイヌ君のソロ曲についても同様）。



必要条件と場合分け

これと同種の論理力を要する問題として、真っ先に思い浮かぶものといえば、「うそつきはだれだ」という問題でしょうか。数人がいろいろな証言をしていて、そのなかのどれが本当のうそつきかを探しあてるという問題です。

これらは、一見複雑な状況設定を提示されたときに湧き起る「めんどろだな」という気持ちに負けずに、論理的に正しく解明していくことが求められる問題です。

長年子どもたちを見ていると、こういう問題は、好き嫌いがはっきりしており、好きな子はまるで遊んでいるかのように目を輝かせて取り組むのに、毛嫌い派は、本当に露骨に嫌悪感を示し、鉛筆の動きもあまり見られません。

これは能力というよりも、環境という後天的なものの影響が非常に大きいようです。わかりやすい例でいうと、囲碁か将棋、どちらかに熱中した経験のある子は、まちがいがなく「論理問題大好き派」として育ちます。

それはつまり、ボードゲームのたぐいを楽しむ文化が家庭の

なかにあるということであり、それが論理問題の好きな子を育てるのでしょう。同様に、パズルもとても効果があります。

さて、先ほど簡単に「論理的に正しく」と述べましたが、「論理的に正しく」とは、いったいどういうことでしょうか。

それは煎じ詰めれば、「必ず決まること」は、パシパシと決定していき、もしも『決めきれない地点』が出てきたら、丁寧に場合分けする」という作業にほかなりません。

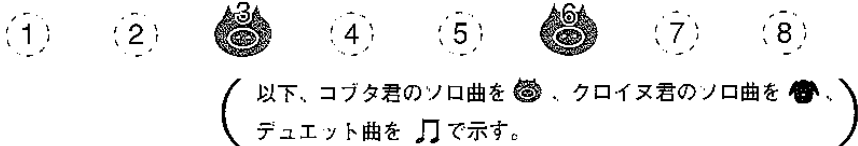
そこで求められる力は、大きく分けて二つです。一つは、「必ず決まること（数学の世界では『必要条件』といいます）」を、センスよく見抜く力。ものを俯瞰して見る力や発見力などを含めた、サーチ能力です。

もう一つは「場合分け」の精神的負担に負けない、心の力。わたしは意志力と呼んでいます。これが、これまで、たった3通りの場合分けが見えただけで、考えること自体をやめてしまう子を、たくさん見てきました。

まさにそういう力を問う設定のこの問題。ぜひ、楽しんで取り組んでください。

【解答・解説】

やみくもに数えあげてもらちがあかないので、条件をよく読み直してみましょう。クロイヌ君が歌う曲（デュエット曲も含む）は、コブタ君がソロで歌う2曲を除いた6曲ということになります。しかし、クロイヌ君はデュエット曲も含めて続けて歌えるのは2曲までという条件がありますから、コブタ君がソロで歌う曲は、必ず3曲めと6曲めになることがわかります。このように、考える範囲を絞りこむために必要な条件を「必要条件」といいます。



以降は、猫と♪について場合分けをして考えます。

[猫が2曲、♪が4曲の場合]

猫は続けて出てくることはないので、たとえば以下の曲順が考えられます。



このように、猫が1曲めと4曲めに入る場合を(1, 4)のように表すと、条件をみताすのは

- (1, 4), (1, 5), (1, 7), (1, 8), (2, 4), (2, 5),
(2, 7), (2, 8), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (5, 8)

の12通りです。

残りの♪には♪が入ることになりますが、♪の曲順はすでに決まっています、1通りしかありません。そこで猫と♪の順番について考えると、それぞれ2曲ずつあり順序を前後に2通りずつ変えられることから、

$$12 \times 2 \times 2 = 48 \text{ (通り)}$$

となります。

[猫が3曲、♪が3曲の場合]



のように、猫が1曲め、4曲め、7曲めに入る場合を(1, 4, 7)のように表すと、条件をみताすのは

- (1, 4, 7), (1, 4, 8), (1, 5, 7), (1, 5, 8),
(2, 4, 7), (2, 4, 8), (2, 5, 7), (2, 5, 8)

の8通りです。

残りの♪には♪が入ることになりますが、♪の曲順はやはり1通りしかありません。そこで猫と♪の順番について考えると、猫は2曲、♪は3曲ありますから、

$$8 \times 2 \times (3 \times 2 \times 1) = 96 \text{ (通り)}$$

以上から、求める場合の数は

$$48 + 96 = 144 \text{ (通り)}$$

となります。

答え 144通り

A
 与えられた条件から、「コブタ君のソロ曲はどのような場合でも3曲めと6曲めにくる」という必要条件を導き出せるかどうかがとても重要。
 この力は、経験によって身につけてくるものです。

【出題・文】 高濱 正伸(たかはま・まさのぶ)

花まる学習会代表。1959年、熊本県生まれ。東京大学・同大学院修士課程卒業。学生時代から予備校等で受験生を指導するなかで、学力の伸び悩み 人間関係での挫折とひきこもり傾向などの諸問題が、幼児期・児童期の環境と体験に基づいていると確信。1993年2月、小学校低学年向けの「作文」「読書」「思考力」「野外体験」を重視した学習教室「花まる学習会」を、同期の大学院生らと設立。算数オリンピック問題作成委員・決勝大会総合解説員。スカイパーフェクTVの中学生の数学講座講師を務めた。おもな著書に、「小3までに育てたい算数脳」(健康ジャーナル社)、「学力がケタ違いにのびる算数脳の育て方」(幻冬舎)、「考える力がつく算数脳パズル なぞペー」シリーズ(草思社)など。

*昨年度のこの連載が単行本になりました。全国の書店、もしくはZ会ホームページからお買い求めいただけます。
<http://www.zkai.co.jp/books/>



小4からの算数脳トレーニング「後のび」する子の育て方

場合分けの問題を解くための第一歩は「めんどうだ」と思う心の壁を取り除くこと

場合分けをいやがる人に、ウンセリングのように話を聞いていくと、問題文中の「2曲または3曲」の「または」が、すごくいやだと言います。それは本当に純粋な嫌悪で、「なんでわざわざ、そんなめんどうなことを」という気持ちになるそうです。おそらく、幼いころ計算が速いことをほめられて育ち、「答えを早く出すことが勉強だ」という誤った学習観をもってしまったからでしょう。

めんどうだと感じる気持ちもなんとなくわかりますが、パズルなどで、一見複雑な設定の問題を突破する喜びを知っている子にとっては、場合分けの問題も「おいしいケーキ」のようにしか感じられないのです。「さあ、どう解答に行き着いてやるうか」と挑みたくなる、取り組みがいのある対象なのです。ですから、この問題を「めん

どうだ」と感じる保護者の方には、まちがいはなく存在するこのような積極的な子どもたちの心のありようを、ぜひ直視してほしいと思います。邪魔をしてるのは、「めんどうな問題だな」と決めつけている心の壁だけであり、まず求められる課題は、意識改革なのです。

この問題で「または」で表現された箇所からわかるのは、実は「たった2通り場合分けすれば答えが出る」という情報です。「そうか、たった2通りか」という気持ちで見れば、シンプルな問題に思えてくるはずです。

次の課題は「必要条件(必ず決まること)の見つけ出し方」。今回の問題でいえば「コブタ君のソロは3曲めと6曲め」という条件がそれにあたります。これは奥が深く、最終的な実力差は、どれだけ筋のよい必要条件を思いつけるにかかっています。

るといつてもいいくらいです。この力は、経験によって培うしかありません。たとえば囲碁や将棋などは、その本質は「必要条件」の発見と「場合分け」の絶え間ざる繰り返しです。つまりこうしたゲームに取り組むことは、「少なくともここはこうだ」と、考える範囲を絞りこむ経験を積むことなのです。今回の問題のように、算数でありパズルでもある問題に挑戦することも同じ意味でプラスになります。とにかく「考える範囲を絞りこむ」という経験を何度も繰り返すことで、必要条件を見いだせるようになるのです。

パズル的な問題を親子で楽しみ、「ここからこんなことがわかるね」と話しあったり、別の解き方を思いついたら「すごいね」と賞賛したり。そうした家庭の文化も、考えることをいとわな

●今回のヒント 場合の数の求め方

条件をみたまひ合わせ8通りに対して、コブタ君のソロ曲の曲順は2通り考えられます。クロイヌ君のソロ曲は3曲あり、これを仮にP、Q、Rとした場合、最初に歌う曲はPかQかRの3通りのうちのどれかで、次に歌う曲は残った2曲のうちのどちらかだから2通り、最後に歌う曲は残りの1曲だから、1通り。よって、 $8 \times 2 \times (3 \times 2 \times 1) = 96$ という計算になります。